
SETUP OF THE BASKETBALL PLAYER POSITION IN THE FIELD ON THROWING IN THE BASKET GAME

Budescu Emil^{1*},
Iacob Radu Mihai²,
Merticaru Eugen³

^{1,3}"Gh. Asachi" Iași Technical University, Biomechanics Laboratory, Iași, Romania

²"Al. I. Cuza" Iași, University, Iași, Romania

Keywords: *co-ordinate, distance, high, flexion angle, speed*

Abstract

The aim of the paper is to present the equations and the numeric results for mathematical functions of the distance sportsman-basket and the high of the sportsman, in order to increase the throwing chances of success. Sustained by numeric results, values obtained for the distance sportsman-basket and the high of the sportsman are tabular presented as functions of variables as flexion angles and rotation speed arm-forearm, so that cinematic conditions for throwing success to be fulfilled.

1. Introduction

Ball throwing precision depends on the cinematic parameters of the ball, but also on a series of biomechanical characteristics of the sportsman body.

So, the numeric simulation for the ball movement during throw, supported by cinematic and dynamic equations, offering the possibility of a detailed analysis of the initial data of the ball, as speed and throwing angle (Hamilton et al., 1997; Silverberg et al., 2003; Tran and Silverberg, 2008; Budescu et al., 2009). The numerical values obtained, necessary for throwing success, must be achieved by sportsman by specific training techniques, depending among others on the position and the movement of the body segments. From this point of view, the leg position during throw changes the trajectory of the shoulder joint, directly influencing the ball movement (Button et al., 2003; Muller, 2001; Hirashima et al., 2002; Liu, Y.T. et al., 2006; Chiang, 2006; Liu, C.Q. et al., 2006). The specialist literature also analysis the connection between ball movement and the arm position, but also the elbow joint (Toyoshima et al., 1974), hand joint (Sakurai and Ohtsuki, 2000), fingers touching the ball (Hore et al., 1995 și 1996).

The aim of this paper is to connect the basket ball kinematics during throw with flexion angles of the sportsman arm and forearm, his high and distance

* E-mail: emil.budescu@gmail.com

between sportsman and basket, fulfilling the mathematical conditions of a successful throwing.

2. Material and methods

To study the ball movement during throw, the direct kinematic analysis was used, starting from kinematic chain of the arm- forearm, with two freedom degrees corresponding to flexion – extension movement. According to figure 1, the following notations have been made: AB- the length of the sportsman arm, BC – the length of the sportsman forearm, h_1 – the high of the sportsman until shoulders. The lengths of arm and forearm could be calculated by (Budescu and Iacob I., 2005):

$$AB = q_a \cdot h_1, \quad BC = q_f \cdot h_1, \quad (1)$$

where q_a and q_f are constant coefficients from anthropometric tables.

The ball initial velocity components on “x” axes (horizontal) and “y” (vertical) could be written as (Budescu, Merticaru and Iacob R.M., 2009):

$$\begin{cases} v_{0x} = -\omega_2 \cdot AB \cdot \sin \varphi_2 - \omega_1 \cdot BC \cdot \sin \varphi_1 \\ v_{0y} = \omega_2 \cdot AB \cdot \cos \varphi_2 + \omega_1 \cdot BC \cdot \cos \varphi_1 \end{cases}, \quad (2)$$

where, ω_1 and ω_2 are the frequency oscillation in flexion- extension of the arm and forearm, respectively.

Supported by this initial velocity components v_0 of the ball, the ball initial throwing angle could be determined, with the following relation:

$$\alpha_0 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right). \quad (3)$$

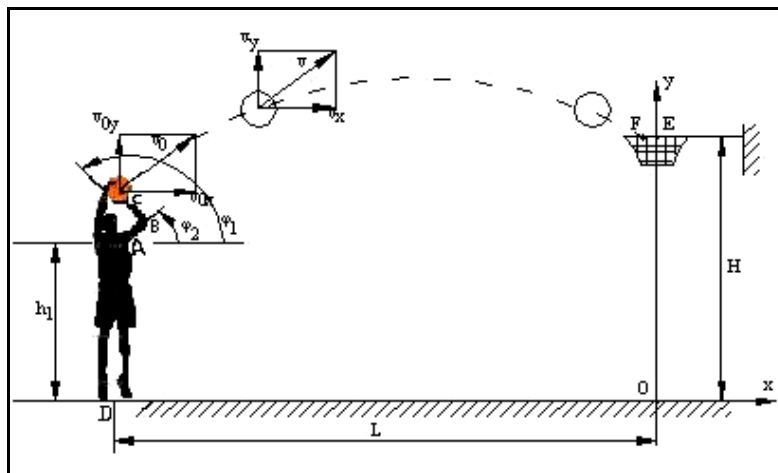


Figure 1. Geometric and kinematic parameters on ball throwing

Replacing the relations (1) in equations (2), the following equation system of the ball initial velocity could be obtained:

$$\begin{cases} v_{0x} = -h_1 \cdot (\omega_2 \cdot q_a \cdot \sin \varphi_2 + \omega_1 \cdot q_f \cdot \sin \varphi_1) \\ v_{0y} = h_1 \cdot (\omega_2 \cdot q_a \cdot \cos \varphi_2 + \omega_1 \cdot q_f \cdot \cos \varphi_1) \end{cases}, \quad (4)$$

or, considering the velocity and the initial angles, v_0 and α_0 , respectively:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha_0 \end{cases} \quad (5)$$

The ball trajectory during movement towards basket is, as known, a parable.

Ball velocity along during this trajectory is

$$v_x(t) = v_{0x}, \quad (6)$$

$$v_y(t) = -g \cdot t + v_{0y}, \quad (7)$$

where: t - time and g – gravitational acceleration

Ball position on the parabolic trajectory, in all moments is described by:

$$x(t) = v_{0x} \cdot t - L, \quad (8)$$

$$y(t) = -g \cdot \frac{t^2}{2} + v_{0y} \cdot t + h_1. \quad (9)$$

The basket, depending on the ball incidence angle, from ball position, is described by an ellipse, more oblong as smaller the incidence angle α_F is, as noticed in figure 2. When the incidence angle is 90° , the ellipse will turn into a circle.

The following notes were made in figure 2:

E – the point representing the center of the basket

F – the point representing the center of the ball in the moment of contact with the basket plan;

D_m – ball diameter;

D_c – basket diameter;

D_p – ball diameter projection on basket diameter, on incidence angle α_F ;

v_F – ball velocity on contact with the basket plan;

v_{xF} , v_{yF} – projection of velocity v_F on axes “x” and “y”, respectively.

For success throwing, the F point must have the following coordinates:

$$\begin{cases} x_F(t_F) = a \\ y_F(t_F) = H \end{cases} \quad (10)$$

where: t_F – time of ball contact with the basket plan,

$$a \in \left[-\frac{D_c - D_p}{2}, +\frac{D_c - D_p}{2} \right]. \quad (11)$$

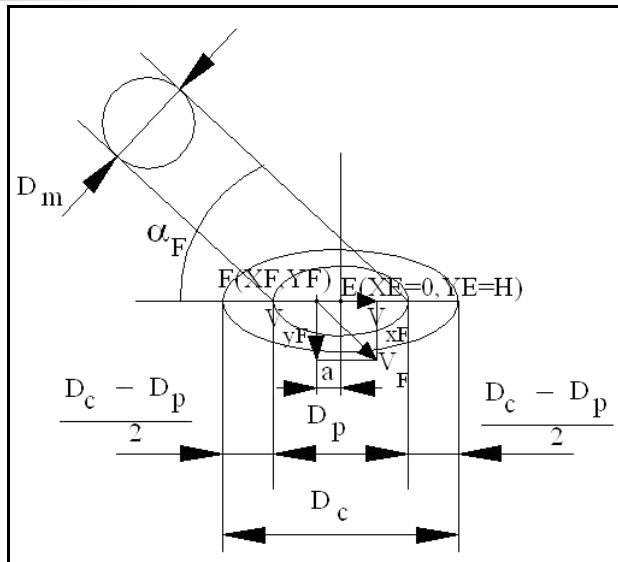


Figure 2. The moment of ball throwing through the basket

Diameter D_p could be expressed by:

$$D_p = \frac{D_m}{\sin \alpha_F}, \quad (12)$$

where: $\sin \alpha_F = \left| \frac{v_{yF}}{v_F} \right|,$ (13)

$$v_F = \sqrt{v_{xF}^2 + v_{yF}^2}. \quad (14)$$

When condition is not fulfilled (11), the ball will not enter into basket. With relations (9) and (10) could be obtained:

$$y_F(t_F) = H \Rightarrow -g \cdot t_F^2 + 2 \cdot v_{0y} \cdot t_F + 2 \cdot (h_1 - H) = 0. \quad (15)$$

For the second degree equation (15), with unknown “ t_F ”, to have real solutions, is necessary that the determinant noted “ Δ ” to be positive, meaning:

$$\Delta = 4 \cdot [v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)] > 0. \quad (16)$$

Ecuation (15) solutions are:

$$t_{F1} = \frac{v_{0y} + \sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{g}, \quad (17)$$

$$t_{F2} = \frac{v_{0y} - \sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{g}. \quad (18)$$

Solution “ t_{F2} ” given by relation (18) is not valid since it corresponds to the ascending phase of the ball during the parabolic trajectory, and solution “ t_{F1} ”, given by relation (17), is valid, corresponding to the descending phase of the ball trajectory.

From relations (8), (10) and (17):

$$x_F(t_{F1}) = a \Rightarrow L = v_{0x} \cdot \left[\frac{v_{0y} + \sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{g} \right] - a. \quad (19)$$

From condition (16) could be obtained:

$$h_1 > H - \frac{v_{0y}^2}{2g}. \quad (20)$$

From relations (6), (7), (12), (13), (14) and (17), one could obtain:

$$\sin \alpha_F = \frac{\sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}, \quad (21)$$

$$D_p = \frac{D_m \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{\sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}. \quad (22)$$

Another condition for a successful throwing is:

$$D_p < D_c, \quad (23)$$

$$\text{from where it results: } h_1 > H - \frac{v_{0y}^2 \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{D_c^2}\right) - v_{0x}^2 \cdot \frac{D_m^2}{D_c^2}}{2 \cdot g \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{D_c^2}\right)} \quad (24)$$

From condition (11) could be obtained:

$$-a < \frac{D_c - D_p}{2}, \text{ when } a < 0 \quad (25)$$

$$\text{and: } -a > \frac{D_p - D_c}{2}, \text{ when } a > 0. \quad (26)$$

It could be concluded that, for a successful throwing, the conditions (20), (24), (25) and (26) must be met. Also, supported by relations (20) and (24) we could obtain the variation domain for “ h_1 ”, with relations (25) and (26) we could obtain the variation domain for “ a ”, and relation (19) leads to values for the distance “ L ”.

3. Results and Discussions

For numeric results determinations, initial data corresponding to children but also adults were used, as follows:

- The high of analysed persons varies between 1,10 [m] and 2,23 [m];
- The arm flexion angle was considered to be between -20 [°] and 95 [°] towards an horizontal line;
- Flexion angle of the forearm was considered to be between 0 [°] and 150 [°] towards an horizontal line;

- The horizontal component of the initial velocity was considered to be between 3 [m/s] and 8 [m/s];
- The vertical component of the initial velocity was considered between 6 [m/s] and 8,5 [m/s];
- Valus for coeficients $q_a = 0,227$, $q_f = 0,178$.

Using the initial data, the necessary distance for a successful throw was determined, the frequencies of the arm and forearm on throwing and the initial and final throwing angles, of incidence between ball and basket plan, so that conditions (20), (24), (25) and (26) to be fulfilled. Values determined are presented in table 1.

Using the obtained values, the variation graphics for the distance towards basket depending on high “ h_1 ” and initial throwing angle “ α_0 ” (figures 3 and respective, 4) and of variation between high “ h_1 ” and angle “ α_0 ” (figure 5), were set.

Table 1. Numeric values for calculations

φ_1 [°]	φ_2 [°]	V_{ox} [m/s]	V_{oy} [m/s]	h_1 [m]	α_0 [°]	α_f [°]	L [m]	ω_1 [radiani/s]	ω_2 [radiani/s]
0.1	-20	3	6	1.830704	63.43	49.19	2.880	-8.34	25.72
150	95	3	6	1.830704	63.43	49.19	2.910	-26.10	1.44
0.1	-20	4	6.5	1.599191	58.39	42.86	4.131	-19.13	39.24
150	95	4	6.5	1.599191	58.39	42.86	4.207	-32.03	-0.87
0.1	-20	5	7	1.387377	54.46	38.98	5.627	-33.10	56.51
150	95	5	7	1.387377	54.46	38.98	5.654	-39.40	-3.92
0.1	-20	6	7.5	1.195262	51.34	36.60	7.306	-51.24	78.70
150	95	6	7.5	1.195262	51.34	36.60	7.307	-48.60	-7.94
0.1	-20	7	8	1.022846	48.81	35.11	9.223	-74.85	107.27
150	95	7	8	1.022846	48.81	35.11	9.217	-60.16	-13.23
0.1	-20	8	8.5	0.870128	46.73	34.16	11.369	-105.60	144.10
150	95	8	8.5	0.870128	46.73	34.16	11.362	-74.66	-20.20

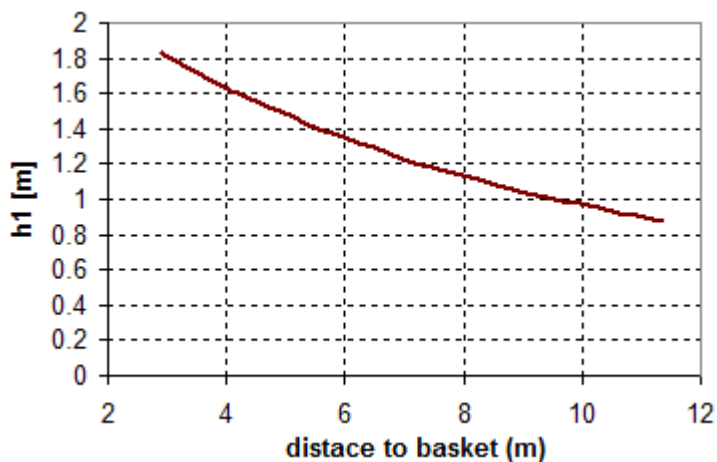
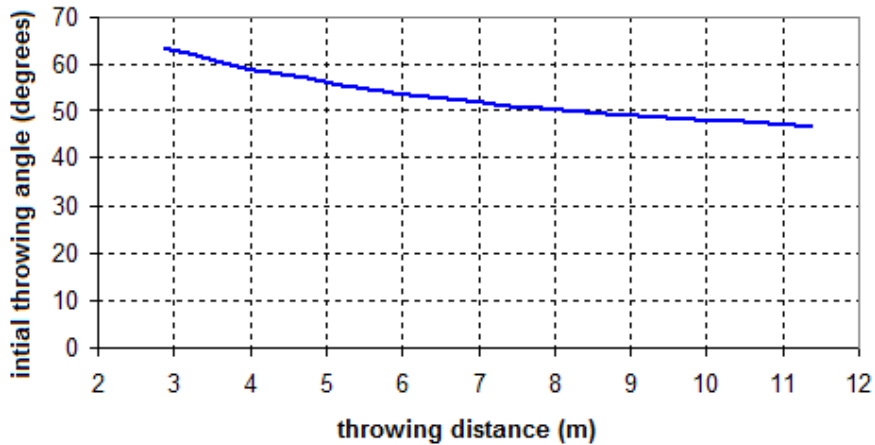
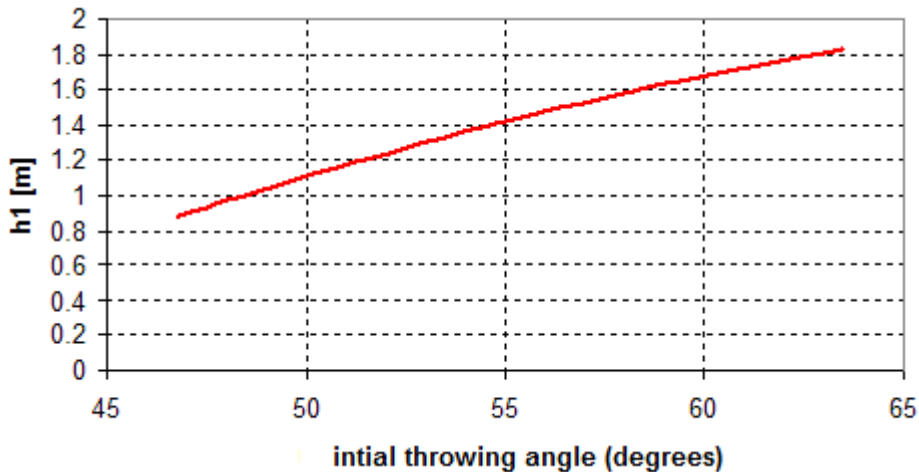


Figure 3. Variation of distance L with high h_1 **Figure 4.** Variation of distance L with throwing initial angle α_0 **Figure 5.** Variation of throwing initial angle with high h_1

The initial velocities on ball throwing have been chosen according to some experimental measurements, performed on throwing to the basket [1].

From figures 3, it could be noticed that sportsman high h_1 decreases with the increase of the throwing distance L towards the basket. So, for elongated distances toward the basket, the throwing success could be reached by short sportsmen, as children are.

Figure 4 shows that the initial angle of throwing of the ball decreases with the increase of the throwing distance L towards the basket. The throwing angle variation is between 45 and 64 degrees.

Figure 5 shows that the high h_1 of the sportsman increases with the increase of the initial throwing angle. So, for very tall sportsmen throwing the ball from small distances toward the basket, the initial throwing angle should be around 60 degrees, while for children, with lower highs, the initial throwing

angle is around 45 degrees but for bigger throwing distances towards the basket.

Values obtained for ω_1 and ω_2 from table 1 have been obtained from relation (4). One should notice that the rotation speed of the arm and forearm are very difficult to control as a value. Trained sportsman throws instinctively to the basket.

4. Conclusions

Supported by the equations from this paper, different practical situations could be simulated, aiming to increase the throwing chances of success. So, by introducing initial data as sportsman high, flexion-extension angles and angular velocities of arm and forearm movement, the initial speed of throwing the ball, the optimum distance towards the basket could be determined, to provide better chances of success.

Initial velocity of throwing could be educated by training, determining the impulse set to the ball.

Equations describing ball trajectory are depending on parameters as: distance sportsman-basket, sportsman high, flexion angles of arm and forearm, rotation velocities of the arm and forearm, anthropometric dimensions of the arm. For throwing success some conditions are necessary to be fulfilled, resulting from considerations related to coordinates of the maximum of the ball trajectory parable, ball coordinates of touching the basket and the ellipse dimensions representing the basket on different ball incidence angles.

This paper could be helpful to the basketball player to educate and obtain, during training, cinematically correct movements for arm and forearm, in order to increase the throwing chances of success. Beside that, by mathematical equations, the most favorable positions could be determined for a good throw of a sportsman knowing, by measurements the angles and current throwing speeds.

References

1. BUDESCU, E., et al. (2009). *Inverse kinematics in the success of the throw in basketball game*. Paper presented at the 27th ISBS, Limerick, Ireland.
2. BUTTON, C., et al. (2003). Examining movement variability in the basketball free-throw action at different skill levels. *Res Q Exerc Sport*, 74(3), 257-269.
3. CHIANG, H. Y., (2006). *Coordination of basketball shooting movement of different skill level players*. Paper presented at the 24th ISBS Salzburg - Austria.
4. HORE, J., et al. (1996). Finger flexion does not contribute to ball speed in overarm throws. *J Sports Sci*, 14(4), 335-342.
5. HORE, J., et al. (1995). Timing of Finger Opening and Ball Release in Fast and Accurate Overarm Throws. *Experimental Brain Research*, 103(2), 277-286.
6. HAMILTON, G. R., & REINSCHMIDT, C. (1997). Optimal trajectory for the basketball free throw. *J Sports Sci*, 15(5), 491-504.
7. HIRASHIMA, M., et al. (2002). Sequential muscle activity and its functional role in the upper extremity and trunk during overarm throwing. *J Sports Sci*, 20(4), 301-310.
8. HUSTON, (2003). Basketball shooting strategies—the free throw, direct shot

- and layup. *Sports Engineering*, 6.
9. LIU, Y. T., et al. (2006). Variability in accuracy: Movement degeneracy in basketball clean shot. *J Biomech*, 39(Sup 1), 189-190.
 10. LIU, C. Q., et al. (2006). Dynamics of a basketball rolling around the rim. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme*, 128(2), 359-364.
 11. MÜLLER, H. (2001). Ausführungsvariabilität und Ergebniskonstanz. Lengerich: *Pabst Science Publ.*
 12. OKUBO, H., & HUBBARD, M. (2006). Dynamics of the basketball shot with application to the free throw. *J Sports Sci*, 24(12), 1303-1314.
 13. SAKURAI, S., & OHTSUKI, T. (2000). Muscle activity and accuracy of performance of the smash stroke in badminton with reference to skill and practice. *J Sports Sci*, 18(11), 901-914.
 14. SILVERBERG, L., et al. (2003). Numerical analysis of the basketball shot. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme*, 125(4), 531-540.
 15. TRAN, C. M., & SILVERBERG, L. M. (2008). Optimal release conditions for the free throw in men's basketball. *Journal of Sports Sciences*, 26(11), 1147-1155.
 16. TOYOSHIMA S., et al. (1974). Contributions of body parts to throwing performance. In *Biomechanics IV, Proceedings of the Fourth International Seminar on Biomechanics*, 169-174: Baltimore: University Park Press.

PARAMETRIZAREA POZIȚIEI SPORTIVULUI ÎN TEREN LA ARUNCAREA ÎN JOCUL DE BASCHET

Budescu Emil ¹,
Iacob Radu Mihai ²,
Merticaru Eugen ³

^{1,3} Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iași, România,
² Universitatea "Al. I. Cuza" Iași, Iași, România

Cuvinte cheie: *coordonate, distanță, înălțime, unghiuri flexie, viteză*

Rezumat

Lucrarea își propune să prezinte ecuațiile și rezultatele numerice pentru funcțiile matematice reprezentând distanța sportiv-coșul de baschet și înălțimea sportivului, astfel încât aruncarea la coș să aibă șanse de reușită. Cu ajutorul rezultatelor numerice sunt prezentate tabelar valori obținute pentru distanța sportiv-coșul de baschet și înălțimea sportivului funcție de variabilele unghiurile de flexie și frecvențele de rotație braț-antebraț, astfel încât să fie asigurate condițiile cinematice ale reușitei aruncării.

1. Introducere

Precizia aruncării mingii la coșul de baschet depinde atât de parametrii

cinematici pe care îi capătă mingea, cât și de o serie de caracteristici biomecanice ale corpului sportivului.

Astfel, simulările numerice pentru mișcarea mingii în timpul aruncării, cu ajutorul ecuațiilor cinematice sau dinamice, oferă posibilitatea analizei detaliate a datelor inițiale ale mingii, precum viteza și unghiul de aruncare (Hamilton s.a., 1997; Silverberg s.a., 2003; Tran și Silverberg, 2008; Budescu s.a., 2009) sau a parametrilor mișcării la contactul dintre minge și coșul de baschet (Huston, 2003; Okubo și Hubbard, 2006). Valorile numerice obținute, necesare reușitei aruncării, trebuie să fie realizate de sportiv prin tehnicile specifice de antrenament, dependente, printre altele, de poziția și mișcarea segmentelor corporale. Din acest punct de vedere, poziția pe care o au picioarele sportivului în timpul aruncării modifică traiectoria articulației umărului, cu efecte directe asupra mișcării mingii la aruncare (Button s.a., 2003; Muller, 2001; Hirashima s.a., 2002; Liu, Y.T. s.a., 2006; Chiang, 2006; Liu, C.Q. s.a., 2006). În literatura de specialitate se analizează, de asemenea, legătura dintre mișcarea mingii și poziția membrului superior, precum articulația cotului (Toyoshima s.a., 1974), articulația încheieturii mâinii (Sakurai și Ohtsuki, 2000), degetele care vin în contact cu mingea (Hore s.a., 1995 și 1996).

Scopul acestei lucrări este cel de a corela cinematica mingii de baschet în timpul aruncării, cu unghiurile de flexie ale brațului și antebrățului sportivului, înălțimea sa și distanța dintre sportiv și coșul de baschet, în condițiile satisfacerii unor condiții matematice necesare reușitei aruncării.

2. Material și metode

Pentru studiul mișcării mingii în timpul aruncării s-a folosit metoda analizei cinematice directe, pornind de la lanțul cinematic al membrului superior braț-antebraț, cu două grade de libertate care corespund mișcărilor de flexie-extensie. Conform figurii 1, s-au făcut următoarele notații: AB – lungimea brațului sportivului, BC – lungimea antebrățului sportivului, h_1 – înălțimea sportivului până la nivelul umerilor. Lungimile brațului și antebrățului pot fi calculate cu expresiile (Budescu și Iacob I., 2005):

$$AB = q_a \cdot h_1, \quad BC = q_f \cdot h_1, \quad (1)$$

unde: q_a și q_f sunt coeficienți constanți ale căror valori sunt date în tabelele antropometrice.

Componentele vitezei inițiale a mingii de-a lungul axelor “x” (orizontală) și “y” (verticală) pot fi scrise sub forma (Budescu, Merticaru și Iacob R.M., 2009):

$$\begin{cases} v_{0x} = -\omega_2 \cdot AB \cdot \sin \varphi_2 - \omega_1 \cdot BC \cdot \sin \varphi_1 \\ v_{0y} = \omega_2 \cdot AB \cdot \cos \varphi_2 + \omega_1 \cdot BC \cdot \cos \varphi_1 \end{cases}, \quad (2)$$

unde: ω_1 și ω_2 sunt frecvențele de oscilație în flexie-extensie ale brațului și, respectiv, antebrățului.

Cu ajutorul acestor componente ale vitezei inițiale v_0 a mingii, se poate determina unghiul inițial de aruncare, cu relația:

$$\alpha_0 = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right). \quad (3)$$

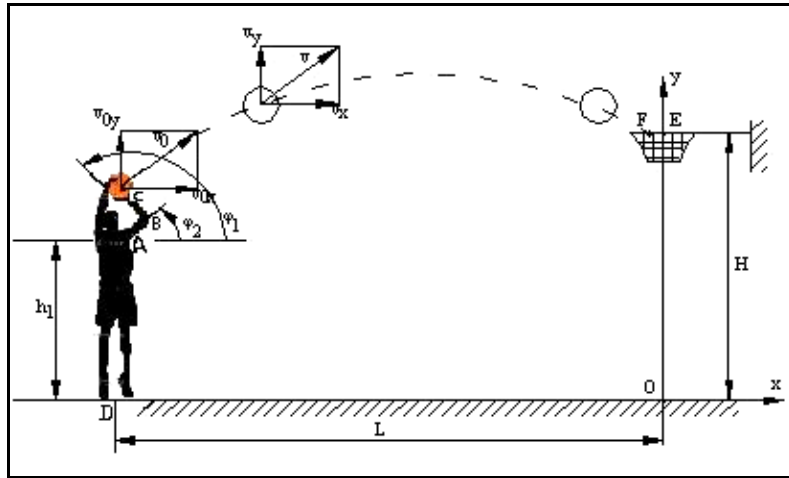


Figura 1. Parametrii geometrice și cinematice la aruncarea mingii

Înlocuind relațiile (1) în ecuațiile (2), obținem sistemul de ecuații al vitezelor inițiale ale mingii:

$$\begin{cases} v_{0x} = -h_1 \cdot (\omega_2 \cdot q_a \cdot \sin \varphi_2 + \omega_1 \cdot q_f \cdot \sin \varphi_1) \\ v_{0y} = h_1 \cdot (\omega_2 \cdot q_a \cdot \cos \varphi_2 + \omega_1 \cdot q_f \cdot \cos \varphi_1) \end{cases} \quad (4)$$

sau, ținând cont de viteza și unghiul inițiale, v_0 și respectiv α_0 , se poate scrie:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha_0 \end{cases} \quad (5)$$

Traectoria mingii în timpul zborului spre coșul de baschet este, după cum se știe, o parabolă. Viteza mingii de-a lungul acestei traiectorii este dată de componentele:

$$v_x(t) = v_{0x}, \quad (6)$$

$$v_y(t) = -g \cdot t + v_{0y}, \quad (7)$$

unde: t – este timpul iar g – reprezintă accelerația gravitației.

Poziția mingii pe traiectoria parabolică, în orice moment, este dată de coordonatele:

$$x(t) = v_{0x} \cdot t - L, \quad (8)$$

$$y(t) = -g \cdot \frac{t^2}{2} + v_{0y} \cdot t + h_1. \quad (9)$$

Coșul de baschet, funcție de unghiul de incidență al mingii, se observă, din poziția mingii, ca o elipsă care este cu atât mai alungită, cu cât unghiul de incidență α_F este mai mic, așa cum se observă în figura 2. Atunci când unghiul de incidență este egal cu 90° , elipsa se transformă în cerc.

În figura 2 s-au făcut următoarele notații :

E – punctul reprezentând centrul coșului de baschet;
 F – punctul reprezentând centrul mingii la momentul contactului cu planul coșului de baschet;

D_m – diametrul mingii;

D_c – diametrul coșului de baschet;

D_p – proiecția diametrului mingii pe diametrul coșului de baschet, la unghiul de incidență α_F ;

v_F – viteza mingii la contactul cu planul coșului de baschet;

v_{xF} , v_{yF} – proiecțiile vitezei v_F pe axele “x” și, respectiv, “y”.

Pentru reușita aruncării trebuie ca punctul F să aibă următoarele coordonate:

$$\begin{cases} x_F(t_F) = a \\ y_F(t_F) = H \end{cases} \quad (10)$$

unde: t_F – timpul la contactul mingii cu planul coșului de baschet,

$$a \in \left[-\frac{D_c - D_p}{2}, +\frac{D_c - D_p}{2} \right]. \quad (11)$$

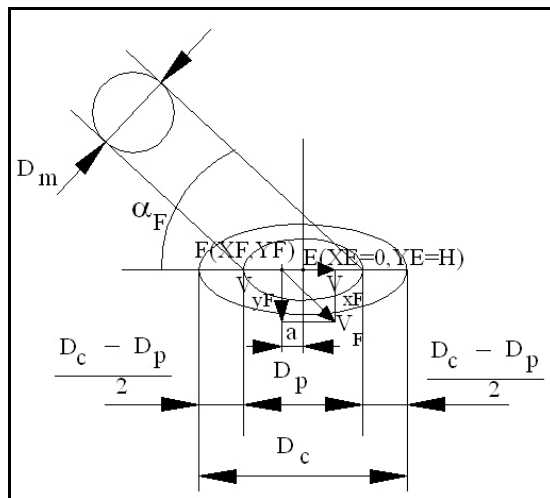


Figura 2. Momentul căderii mingii spre coșul de baschet

Diametrul D_p se poate exprima cu relația:

$$D_p = \frac{D_m}{\sin \alpha_F}, \quad (12)$$

$$\text{unde: } \sin \alpha_F = \frac{v_{yF}}{v_F}, \quad (13)$$

$$v_F = \sqrt{v_{xF}^2 + v_{yF}^2} \quad (14)$$

Dacă nu este îndeplinită condiția (11), mingea nu va intra în coșul de baschet. Cu ajutorul relațiilor (9) și (10) se obține:

$$y_F(t_F) = H \Rightarrow -g \cdot t_F^2 + 2 \cdot v_{0y} \cdot t_F + 2 \cdot (h_1 - H) = 0. \quad (15)$$

Pentru ca ecuația de gradul doi (15), având necunoscuta “ t_F ”, să aibă soluții reale, este necesar ca determinantul ecuației, notat “ Δ ” să fie pozitiv, adică:

$$\Delta = 4 \cdot [v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)] > 0. \quad (16)$$

Soluțiile ecuației (15) sunt:

$$t_{F1} = \frac{v_{0y} + \sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{g}, \quad (17)$$

$$t_{F2} = \frac{v_{0y} - \sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{g}. \quad (18)$$

Soluția “ t_{F2} ” dată de relația (18) nu este validă deoarece ea corespunde fazei de ascendență a mingii în timpul traiectoriei parabolice descrise, pe când soluția “ t_{F1} ”, dată de relația (17), este validă, aceasta corespunzând fazei descendente a traiectoriei mingii.

Din relațiile (8), (10) și (17) putem găsi:

$$x_F(t_{F1}) = a \Rightarrow L = v_{0x} \cdot \left[\frac{v_{0y} + \sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{g} \right] - a. \quad (19)$$

Din condiția (16) obținem:

$$h_1 > H - \frac{v_{0y}^2}{2g}. \quad (20)$$

Din relațiile (6), (7), (12), (13), (14) și (17), putem găsi:

$$\sin \alpha_F = \frac{\sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}, \quad (21)$$

$$D_p = \frac{D_m \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}{\sqrt{v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h_1)}}. \quad (22)$$

O altă condiție de reușită a aruncării la coșul de baschet este:

$$D_p < D_c, \quad (23)$$

$$\text{de unde rezultă: } h_1 > H - \frac{v_{0y}^2 \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{D_c^2}\right) - v_{0x}^2 \cdot \frac{D_m^2}{D_c^2}}{2 \cdot g \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{D_c^2}\right)}. \quad (24)$$

Din condiția (11) obținem:

$$-a < \frac{D_c - D_p}{2}, \text{ c\u00e2nd } a < 0 \quad (25)$$

$$\text{\u0219i: } -a > \frac{D_p - D_c}{2}, \text{ c\u00e2nd } a > 0. \quad (26)$$

Putem concluziona faptul c\u00e2, pentru reu\u0219ita arunc\u00e2rii mingii la co\u0219ul de baschet, trebuie \u00e2ndeplinite condi\u0219iile (20), (24), (25) \u0219i (26). De asemenea, cu ajutorul rela\u0219iilor (20) \u0219i (24) putem ob\u0219ine domeniul de varia\u0219ie pentru “h₁”, cu ajutorul rela\u0219iilor (25) \u0219i (26) putem ob\u0219ine domeniul de varia\u0219ie pentru “a”, iar cu rela\u0219ia (19) ob\u0219inem valoarea pentru distan\u0219a “L”.

3. Rezultate \u0219i discu\u0219ii

Pentru determinarea rezultatelor numerice au fost folosite date ini\u0219iale corespunz\u00e2toare at\u00e2t copiilor, c\u00e2t \u0219i adul\u0219ilor, astfel:

- \u00e2n\u00e2l\u0219imea persoanelor analizate a variat \u00e2ntre 1,10 [m] \u0219i 2,23 [m];
- unghiul de flexie al bra\u0219ului s-a considerat \u00e2ntre -20 [°] \u0219i 95 [°] fa\u0219\u00e2 de o dreapt\u00e2 orizontal\u00e2;
- unghiul de flexie al antebr\u00e2\u0219ului s-a considerat \u00e2ntre 0 [°] \u0219i 150 [°] fa\u0219\u00e2 de o dreapt\u00e2 orizontal\u00e2;
- componenta orizontal\u00e2 a vitezei ini\u0219iale s-a considerat \u00e2ntre 3 [m/s] \u0219i 8 [m/s];
- componenta vertical\u00e2 a vitezei ini\u0219iale s-a considerat \u00e2ntre 6 [m/s] \u0219i 8,5 [m/s];
- s-au considerat valorile coeficien\u0219ilor: q_a = 0,227, q_f = 0,178.

Cu ajutorul datelor ini\u0219iale au fost determinate distan\u0219a necesar\u00e2 unei arunc\u00e2ri reu\u0219ite la co\u0219, frecven\u0219ele bra\u0219ului \u0219i antebr\u00e2\u0219ului la aruncare \u0219i unghiurile ini\u0219ial la aruncare \u0219i final, de inciden\u0219\u00e2 dintre minge \u0219i planul co\u0219ului de baschet, astfel inc\u00e2t s\u00e2 fie \u00e2ndeplinite condi\u0219iile (20), (24), (25) \u0219i (26). Valorile determinate sunt prezentate \u00e2n tabelul 1.

Tabel 1. Valori numerice de calcul

φ_1 [°]	φ_2 [°]	V _{ox} [m/s]	V _{oy} [m/s]	h ₁ [m]	α_0 [°]	α_f [°]	L [m]	ω_1 [radiani/s]	ω_2 [radiani/s]
0.1	-20	3	6	1.830704	63.43	49.19	2.880	-8.34	25.72
150	95	3	6	1.830704	63.43	49.19	2.910	-26.10	1.44
0.1	-20	4	6.5	1.599191	58.39	42.86	4.131	-19.13	39.24
150	95	4	6.5	1.599191	58.39	42.86	4.207	-32.03	-0.87
0.1	-20	5	7	1.387377	54.46	38.98	5.627	-33.10	56.51
150	95	5	7	1.387377	54.46	38.98	5.654	-39.40	-3.92
0.1	-20	6	7.5	1.195262	51.34	36.60	7.306	-51.24	78.70
150	95	6	7.5	1.195262	51.34	36.60	7.307	-48.60	-7.94
0.1	-20	7	8	1.022846	48.81	35.11	9.223	-74.85	107.27
150	95	7	8	1.022846	48.81	35.11	9.217	-60.16	-13.23
0.1	-20	8	8.5	0.870128	46.73	34.16	11.369	-105.60	144.10
150	95	8	8.5	0.870128	46.73	34.16	11.362	-74.66	-20.20

Folosind valorile obținute în tabelul 1 s-au trasat graficele de variație a distanței până la coșul de baschet funcție de înălțimea “ h_1 ” și unghiul inițial “ α_0 ” de aruncare (figurile 3 și, respectiv, 4) și de variație între înălțimea “ h_1 ” și unghiul inițial “ α_0 ” (figura 5).

Pentru viteza inițială a mingii au fost folosite valori din înregistrări experimentale, efectuate de autori la antrenamentul unei echipe de baschet. Datele obținute au caracter orientativ, ele putând fi modificate pentru analiza unui anumit sportiv.

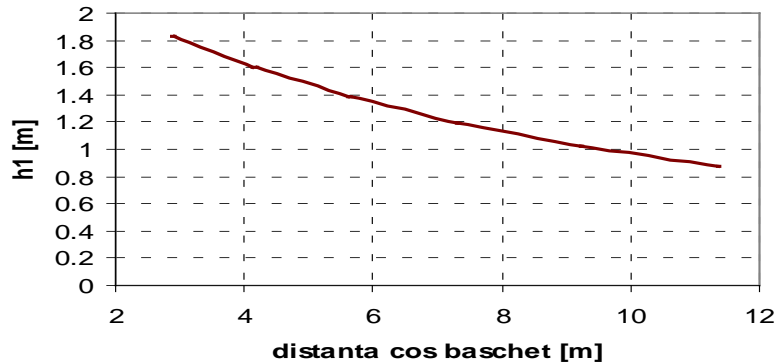


Figura 3. Variația distanței L funcție de înălțimea h_1

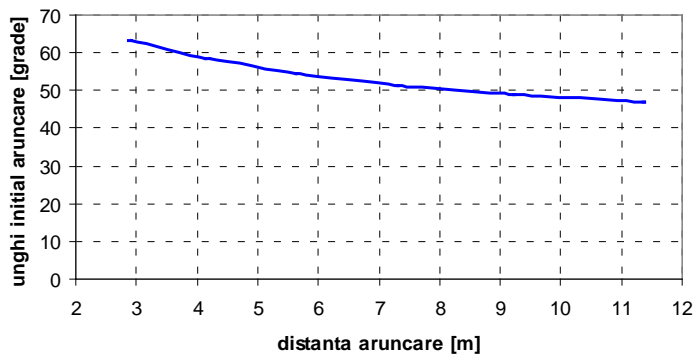


Figura 4. Variația distanței L funcție de unghiul inițial de aruncare α_0

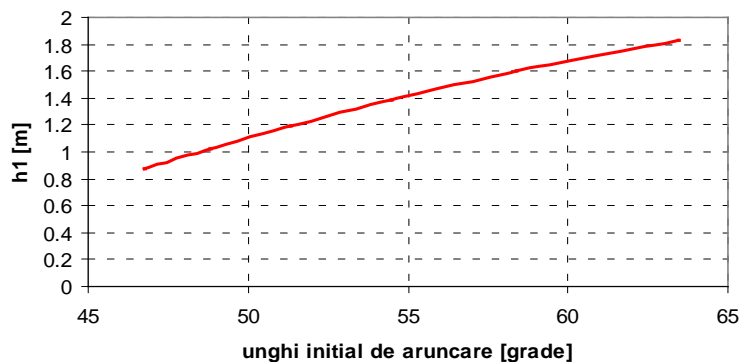


Figura 5. Variația unghiului inițial de aruncare funcție de înălțimea h_1

Vitezele initiale de aruncare ale mingii au fost alese conform unor masuratori experimentale, realizate de autori, in cazul aruncarilor la cosul de baschet Budescu, et al., 2009).

Din figura 3 se observa ca inaltimea h_1 a sportivului scade odata cu cresterea distantei de aruncare L fata de cosul de baschet. Astfel, pentru distante departate de cos, reusita unei aruncari poate fi obtinuta si de sportivi cu inaltimei reduse, ca in situatia copiilor.

Din figura 4 se poate vedea ca unghiul initial de aruncare a mingii scade odata cu cresterea distantei de aruncare L fata de cosul de baschet. Variatia acestui unghi initial de aruncare este intre 45 si 64 de grade.

Din figura 5 se observa ca inaltimea h_1 a sportivului creste odata cu cresterea unghiului initial de aruncare. Astfel, in cazul sportivilor foarte inalti dar care arunca mingea de la distante mici fata de cosul de baschet, unghiul initial de aruncare trebuie sa fie in jurul valorii de 60 [°], pe cand in situatia copiilor, cu inaltimei mici, unghiul initial de aruncare se situeaza in jurul valorii de 45 [°] dar pentru distante mari de aruncare fata de cos.

Valorile pentru ω_1 si ω_2 din tabelul 1 au fost obtinute din relatiile (4). Trebuie facuta observatia ca vitezele de rotatie ale bratului si antebratului sunt greu de controlat ca valoare. Sportivul antrenat arunca in mod "instinctiv" la cos.

4. Concluzii

Cu ajutorul relatiilor prezentate in lucrare, pot fi simulate situatii diverse intalnite practic, astfel incat sansele de reusita ale aruncarii la cos sa creasca. In acest sens, introducand date initiale precum inaltimea sportivului, unghiurile de flexie-extensie si vitezele unghiulare de miscare ale bratului si antebratului, pot fi determinate viteza initiala de aruncare a mingii si distanta optima fata de cosul de baschet care pot asigura o reusita a aruncarii. Viteza initiala de aruncare a mingii poate fi educata in timpul antrenamentului, prin determinarea impulsului imprimat mingii.

Ecuatiile care descriu traiectoria mingii sunt dependente de parametri precum: distanta sportiv-coşul de baschet, înălţimea sportivului, unghiurile de flexie ale braţului şi antebraţului, vitezele de rotaţie ale braţului şi antebraţului şi mărimile antropometrice ale membrului superior. Pentru reuşita aruncării mingii la coş sunt necesare a fi îndeplinite câteva condiţii rezultate din consideraţiile privind coordonatele vârfului parabolei traiectoriei mingii, coordonatele mingii la atingerea coşului şi dimensiunile elipsei reprezentând coşul de baschet la diverse unghiuri de incidenţă ale mingii.

Lucrarea poate fi utilă jucătorului de baschet pentru educarea şi obţinerea, în timpul antrenamentului, unor mişcări, corecte cinematic, pentru braţ şi antebraţ astfel încât să fie maximizate şansele de reuşită ale aruncării la coş. De asemenea, cu ajutorul ecuaţiilor matematice, pot fi determinate poziţiile cele mai favorabile pentru o bună aruncare la coş, pentru un sportiv dat căruia îi sunt cunoscute, prin măsurători, unghiurile şi vitezele curente de aruncare.

Referințe bibliografice

1. BUDESCU, E., et al. (2009). *Inverse kinematics in the success of the throw in basketball game*. Paper presented at the 27th ISBS, Limerick, Ireland.
2. BUTTON, C., et al. (2003). Examining movement variability in the basketball free-throw action at different skill levels. *Res Q Exerc Sport*, 74(3), 257-269.
3. CHIANG, H. Y., (2006). *Coordination of basketball shooting movement of different skill level players*. Paper presented at the 24th ISBS Salzburg - Austria.
4. HORE, J., et al. (1996). Finger flexion does not contribute to ball speed in overarm throws. *J Sports Sci*, 14(4), 335-342.
5. HORE, J., et al. (1995). Timing of Finger Opening and Ball Release in Fast and Accurate Overarm Throws. *Experimental Brain Research*, 103(2), 277-286.
6. HAMILTON, G. R., & REINSCHMIDT, C. (1997). Optimal trajectory for the basketball free throw. *J Sports Sci*, 15(5), 491-504.
7. HIRASHIMA, M., et al. (2002). Sequential muscle activity and its functional role in the upper extremity and trunk during overarm throwing. *J Sports Sci*, 20(4), 301-310.
8. HUSTON, (2003). Basketball shooting strategies—the free throw, direct shot and layup. *Sports Engineering*, 6.
9. LIU, Y. T., et al. (2006). Variability in accuracy: Movement degeneracy in basketball clean shot. *J Biomech*, 39(Sup 1), 189-190.
10. LIU, C. Q., et al. (2006). Dynamics of a basketball rolling around the rim. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme*, 128(2), 359-364.
11. MÜLLER, H. (2001). Ausführungsvariabilität und Ergebniskonstanz. Lengerich: *Pabst Science Publ*.
12. OKUBO, H., & HUBBARD, M. (2006). Dynamics of the basketball shot with application to the free throw. *J Sports Sci*, 24(12), 1303-1314.
13. SAKURAI, S., & OHTSUKI, T. (2000). Muscle activity and accuracy of performance of the smash stroke in badminton with reference to skill and practice. *J Sports Sci*, 18(11), 901-914.
14. SILVERBERG, L., et al. (2003). Numerical analysis of the basketball shot. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme*, 125(4), 531-540.
15. TRAN, C. M., & SILVERBERG, L. M. (2008). Optimal release conditions for the free throw in men's basketball. *Journal of Sports Sciences*, 26(11), 1147-1155.
16. TOYOSHIMA S., et al. (1974). Contributions of body parts to throwing performance. In *Biomechanics IV, Proceedings of the Fourth International Seminar on Biomechanics*, 169-174: Baltimore: University Park Press.